

Exercice 1 : Donner le centre et le rapport de l'homothétie dont l'écriture analytique est $z' = 3z + i + 1$

Soit $f : z \mapsto 3z + i + 1$ avec $z \in \mathbb{C}$

Une homothétie s'exprime $h : z \mapsto \lambda(z - c) + c = \lambda z + (1 - \lambda)c$ avec c centre de l'homothétie et λ son rapport.

Par identification, on en déduit que $\lambda = 3$.

Alors on a :

$$\begin{aligned} & (1 - \lambda)c = 1 + i \\ \Leftrightarrow & \quad \quad \quad -2c = 1 + i \\ \Leftrightarrow & \quad \quad \quad c = -\frac{1}{2} - \frac{i}{2} \end{aligned}$$

Donc f est une homothétie de rapport $\lambda = 3$ et de centre $C(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2})$, ce qui conclut.