

Kholle de math semaine 11Question de cours :

Déterminer la borne sup et la borne inf de
 $A = \{\frac{1}{n} + \frac{1}{\sqrt{m}}, (n, m) \in \mathbb{N}^2\}$

Exercices :

Exercice 1 : Pour tout $(a, b) \in \mathbb{C}^* \times \mathbb{C}$, on pose $f_{a,b} : z \mapsto az + b$

1. Montrer que $f_{a,b}$ est une bijection de \mathbb{C} vers \mathbb{C}
2. Montrer que $G = \{f_{a,b}, (a, b) \in \mathbb{C}^* \times \mathbb{C}\}$ est un groupe pour la loi \circ

Exercice 2 :

Dans \mathbb{R}^2 on pose la loi $*$ par $(x, y) * (x', y') = (x + x', ye^{x'} + y'e^{-x})$
Montrer que $(\mathbb{R}^2, *)$ est un groupe. Est-il commutatif ?

Exercice 2 (bonus): Soit (u_n) bornée.

On pose $v_n = \sup(u_k, k \geq n)$ et $w_n = \inf(u_k, k \geq n)$

1. Étudier la monotonie de (v_n) et (w_n) .
2. Démontrer que toutes les suites de Cauchy sont convergentes.