Kholle de math semaine 9

Question de cours :

$\forall n \in \mathbb{N}*$ on pose $a_n = \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!}$ et $b_n = a_n + \frac{1}{n \cdot n!}$. Étudier la convergence de (a_n) et donner une valeur approché à 0.01 près.

Exercices :

Exercice 1 : $\lim_{n \to +\infty} \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{\binom{n}{k}}$

Exercice 2 : Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ suite croissante de limite l. On pose $v_n = \frac{u_1 + u_2 + \cdots u_n}{n}$
a) Démontrer la croissance de (v_n)
b) Démontrer que $\forall n \in \mathbb{N}, v_{2n} \geq \frac{u_n + v_n}{2}$
c) En déduire que (v_n) converge aussi vers l

Exercice 3 : Soit (u_n) telle que $\forall n \in \mathbb{N}, u_n > 0$ et $\lim_{n \to +\infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = l$
Discuter de la convergence de (u_n) en fonction de l