Résoudre sur $\mathbb{C}$: $(z+1)^n = z^n$

On a $\forall z \in \mathbb{C} : (z+1)^n = z^n \Leftrightarrow \left(\frac{z+1}{z}\right)^n = 1$

En utilisant la racine n-ième de $\mathbb{U}_n$ on a :

$$\begin{aligned}
&\left(\frac{z+1}{z}\right)^n = 1 \\
\Leftrightarrow &\frac{z+1}{z} = e^{\frac{2ik\pi}{n}} && k \in [\![0\ , n-1]\!] \\
\Leftrightarrow &z(1 - e^{\frac{2ik\pi}{n}}) = -1 && k \in [\![0\ , n-1]\!] \\
\Leftrightarrow &z = \frac{1}{e^{\frac{2ik\pi}{n}} - 1} && k \in [\![1\ , n-1]\!] \\
\Leftrightarrow &\ z = \frac{1}{2i\sin(\frac{k\pi}{n})e^{\frac{ik\pi}{n}}} && k \in [\![1\ , n-1]\!]
\end{aligned}$$

Ce qui conclut l'exercice. (Des simplifications supplémentaires sont possibles, mais non nécessaires)