1. On peut commencer par une analyse empirique : $(3, 5)$ donne 2, $(3, 6)$ donne 4, $(2, 6)$ donne 3...
Avec un peu d'inspiration on peut deviner que le nombre cherché est donné par $\text{pgcd}(l, L) + 1$.

Résolution Nous allons d'abord écrire l'équation de la diagonale :

$$y = \frac{L}{l}x \iff ly = Lx$$

Afin d'obtenir des nombres premiers entre eux, on pose $l' = \dfrac{l}{\text{pgcd}(l, L)}$ et de même pour L'
On a alors $l'y = L'x$ (concrètement on a divisé par le pgcd).
D'après le théorème de Gauss, on a alors

$$l'|x \iff x = kl' \iff x = k\frac{l}{\text{pgcd}(l, L)}$$

Pour ne pas sortir du rectangle on borne notre solution :

$$0 \leq x \leq l \iff 0 \leq k\frac{l}{\text{pgcd}(l, L)} \leq l \iff 0 \leq k \leq \text{pgcd}(l, L)$$

On en déduit que $k \in \{0, 1, 2, \cdots, \text{pgcd}(l, L)\} = P$.

Comme $\#P = \text{pgcd}(l, L) + 1$ on en conclu que le nombre de point du quadrillage par lesquels la diagonale AC passe est $\text{pgcd}(l, L) + 1$.