

Kholle de math semaine 2

Question de cours :

1. Définition de translation, homothétie, rotation.

2. Calculer $\sum_{k=1}^n k \binom{n}{k}$ pour $n \in \mathbb{N}^*$

3. Calculer $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} e^t \cos(t) dt$ à l'aide d'une intégration par parties.

Exercices :

Exercice 1 : Donner le centre et le rapport de l'homothétie dont l'écriture analytique est $z' = 3z + i + 1$

Exercice 2 : Soient $n \in \mathbb{N}^*$, $\mathbb{D} = \{z \in \mathbb{C} / |z| \leq 1\}$ et $a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_n$ des éléments de \mathbb{D} . Montrer que :

$$\left| \prod_{i=1}^n a_i - \prod_{i=1}^n b_i \right| \leq \sum_{i=1}^n |a_i - b_i|$$

Exercice 3 : Pour tout $n \geq 0$, on pose :

$$I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x+1} dx$$

1. Étudier les variations et la convergence de $(I_n)_{n \geq 0}$
2. En déterminant une relation simple entre deux termes consécutifs de cette suite, déterminer :

$$\lim_{N \rightarrow +\infty} \sum_{n=1}^N \frac{(-1)^{n-1}}{n}$$