

**Kholle de math semaine 3**Question de cours :

Calculer  $\int_1^2 \frac{\ln(x^2) + 3}{x} dx$  en posant  $u = \ln(x)$

Exercices :

**Exercice 1 :** Soit  $n \in \mathbb{N}^*$ , On pose  $I_n = \int_0^1 \frac{(1-x)^n \exp(x)}{n!} dx$ .

1. Encadrer  $I_n$  pour montrer que  $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n = 0$
2. Montrer que  $I_n = I_{n+1} + \frac{1}{(n+1)!}$
3. Montrer que  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!} = e$

**Exercice 2 :** Soit  $(a, b) \in \mathbb{R}_+^*$

1. Montrer que  $a^b - b^a$  est du signe de  $\frac{\ln(a)}{a} - \frac{\ln(b)}{b}$
2. Étudier les variations de  $f : x \mapsto \frac{\ln(x)}{x}$  sur  $]0, +\infty[$
3. Comparer  $a^b$  et  $b^a$  dans les cas  $0 < a < b \leq e$  et  $e \leq a < b$